MATEMÁTICA APLICADA

Apresentação

Caro aluno:

A contextualização e a aplicação dos conteúdos matemáticos (já estudados) contemplarão o objetivo geral da disciplina Matemática Aplicada à Administração. Este objetivo tem a finalidade de – por meio de formulações e modelos matemáticos, do desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito de investigação e da habilidade em solucionar problemas – transformar os problemas desse campo profissional, com base nas condições dadas, em métodos e modelos dedutíveis que sirvam para obter resultados válidos e, principalmente, para possibilitar que você se expresse de maneira crítica e criativa na solução das questões que se apresentem.

O material está dividido em duas partes. Primeiramente, estudaremos demanda, oferta de mercado e preço/quantidade de equilíbrio. Na segunda parte abordaremos receita e custo total, ponto de nivelamento e lucro total. Os conteúdos estão apresentados de forma didática e por meio de exemplos. Sugere-se, como complemento de estudo, a utilização de outras bibliografias.

Obs.: durante as aulas (estudos e provas), se for necessário, utilize uma calculadora **simples** para facilitar os cálculos.

1. Demanda de mercado

Conforme Silva (1999), a função que a todo preço (P) associa a demanda ou a procura de mercado é denominada **função demanda** ou **função procura** de mercado da utilidade, no período considerado. A representação gráfica dessa função constitui a curva de demanda ou de procura da utilidade.

Exemplo

Considere a função D = 10 – 2P, onde P é o preço por unidade do bem ou serviço e D a demanda de mercado correspondente.

Para que ocorra “mercado”, as condições básicas devem ser:

- preço maior que “zero” (P > 0);
- demanda ou procura pelo produto maior que “zero” (D > 0).

Observe

Ao admitirmos D > 0, ocorre:

$$10 - 2P > 0$$

$$10 > 2P$$

$$\frac{10}{2} > P$$

$$5 > P \text{ ou } P < R\$\ 5{,}00.$$

Portanto, o preço do produto, nessa situação, varia entre 0 e R$ 5,00.

0 < P < R$ 5,00.

Ao admitirmos P > 0, ocorre:

$$D = 10 - 2P$$
$$D + 2P = 10$$
$$2P = 10 - D$$
$$P = \frac{10 - D}{2}$$

Como

$$P > 0$$

$$\frac{10 - D}{2} > 0$$

$$10 - D > 0 \,.\, 2$$
$$10 - D > 0$$

$$10 > D \text{ ou } D < 10.$$

Portanto, a demanda (procura) pelo produto, nessa situação, varia entre 0 e 10 unidades.

$0 < D < 10$ unidades.

Para representar graficamente essa situação, podemos construir a seguinte "tabela":

P	D
0	
	0

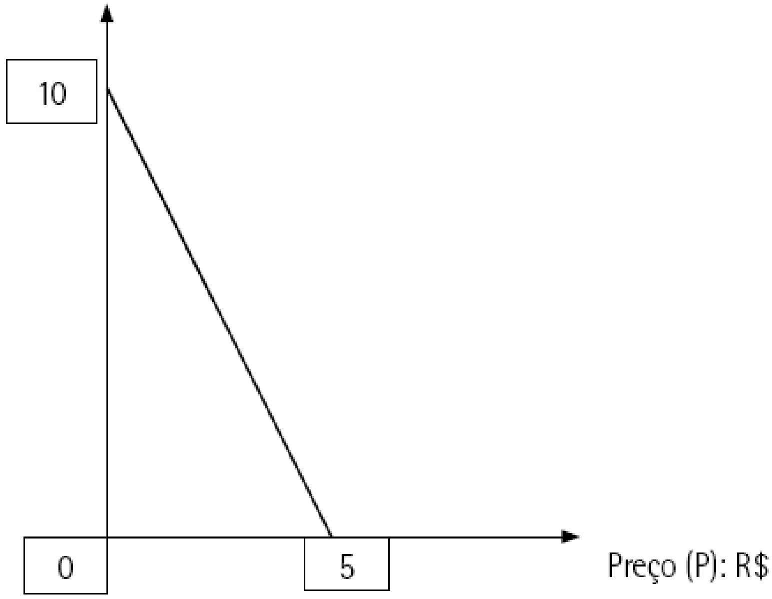
$D = 10 - 2P = 10 - 2.(0) = 10 - 0 = 10$ unidades.

P	D
0	**10**
	0

$$D = 10 - 2P$$
$$0 = 10 - 2P$$
$$2P = 10$$
$$P = \frac{10}{2}$$
$$P = R\$\ 5{,}00.$$

P	D
0	10
5	0

Demanda (D): quantidade



Observe o gráfico acima:

– variação do preço: $0 < P < R\$\ 5{,}00$;

– variação da demanda: $0 < D < 10$ unidades;

– conforme o preço aumenta, a demanda ou procura pelo produto diminui, tornando tal função **decrescente.**

Nesse caso, onde $D = 10 - 2P$, pode-se dizer que, quando o preço do produto aumenta uma unidade, a procura pelo produto diminui em duas unidades.

Exemplo

Ainda nesse caso, o preço do produto, quando $D = 4$ unidades, é de $P = R\$\ 3{,}00$.

Veja:

$$
\begin{aligned}
&D = 4\\
&10 - 2P = 4\\
&10 = 4 + 2P\\
&10 - 4 = 2P\\
&6 = 2P\\
&\frac{6}{2} = P\\
&P = R\$\ 3{,}00.
\end{aligned}
$$

Ainda no mesmo caso, quando $D > 4$ unidades, os preços poderão variar: $P < R\$\ 3{,}00$.

Veja:

$$
\begin{aligned}
&D > 4 \\
&10 - 2P > 4 \\
&10 > 4 + 2P \\
&10 - 4 > 2P \\
&6 > 2P \\
&\frac{6}{2} > P \\
&3 > P \text{ ou } P < R\$\ 3{,}00.
\end{aligned}
$$

2. Oferta de mercado

Conforme Silva (1999), a função que a todo preço (P) associa a oferta de mercado é denominada **função oferta** de mercado da utilidade, no período considerado. A representação gráfica dessa função constitui a curva de oferta da utilidade no período.

Exemplo

Considere a função S = – 8 + 2P, onde P é o preço por unidade do bem ou serviço e S é a correspondente oferta de mercado. Sabe-se que P < R$ 10,00.

Para que ocorra "mercado", o produto deve ser oferecido para venda, portanto: (S > 0).

Observe

Ao admitirmos S > 0, ocorre:

$$
\begin{aligned}
&-8 + 2P > 0 \\
&2P > 8 \\
&P > \frac{8}{2} \\
&P > R\$\ 4{,}00.
\end{aligned}
$$

Portanto, o preço do produto, nessa situação, deverá ser maior que R$ 4,00. Ou seja, o produto será oferecido ao cliente somente com preços maiores do que R$ 4,00.

Exemplo

Para P = R$ 4,00

Temos:

S = – 8 + 2.(4) = – 8 + 8 = 0 unidades oferecidas para venda.

Para P = R$ 5,00

Temos:

S = – 8 + 2.(5) = – 8 + 10 = 2 unidades oferecidas para venda.

Para P = R$ 6,00

Temos:

S = – 8 + 2.(6) = – 8 + 12 = 4 unidades oferecidas para venda.

Para representar graficamente essa situação, podemos construir a seguinte "tabela":

P	S
	0
10	

Atenção: adota-se P = 10, pois o "problema", nesse caso, diz que P ≤ R$ 10,00.

Para S = 0

$- 8 + 2P = 0$

$2P = 8$

$P = \frac{8}{2} = 4$

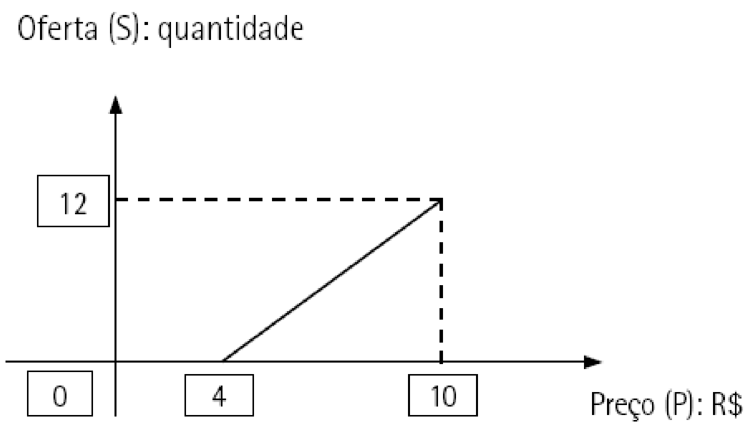
P = R$ 4,00.

P	S
4	0
10	

Para P = 10

S = – 8 + 2P = – 8 + 2.(10) = – 8 + 20 = 12 unidades.

P	S
4	0
10	12



Observe o gráfico acima:

– o oferecimento do produto existirá para preços acima de R$ 4,00;

– conforme o preço aumenta, o oferecimento (S) do produto aumenta também, tornando a **função crescente.** Note-se que, para o vendedor, quanto maior o preço do produto, mais produtos oferecerá para venda. Mas será que a procura (demanda) pelo produto será satisfatória?

(Veremos isso em seguida).

3. Preço e quantidade de equilíbrio

Conforme Silva (1999), o preço de mercado (PE) para dada utilidade é o preço para o qual a demanda e a oferta de mercado dessa utilidade coincidem. A quantidade correspondente ao preço de equilíbrio é denominada quantidade de equilíbrio de mercado da utilidade (QE).

Considere os casos D = 40 – 2P e S = –15 + 3P, com P ≤ R$ 20,00. A representação gráfica para tais casos:

Demanda (a tabela se constrói como no exemplo anterior):

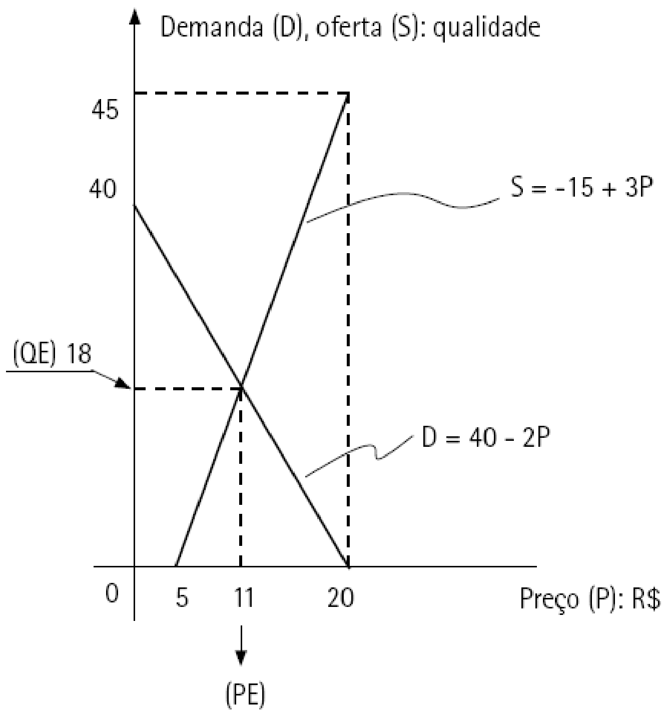
P	D
0	
	0

P	D
0	**40**
20	0

Oferta (a tabela se constrói como no exemplo anterior):

P	S
	0
20	

P	S
5	0
20	**45**



Como encontrar PE e QE?

Observando o gráfico:

- na função demanda: quanto maior o preço, menor a procura pelo produto (gráfico decrescente);
- na função oferta: quando maior o preço, maior é o oferecimento do produto (gráfico crescente).

Sabemos que preços elevados de um produto possibilitam a obtenção de maior lucro e, por isso, para o vendedor, quanto mais alto o preço do produto oferecido, maior será seu lucro. No entanto, não podemos esquecer que a procura pelo produto está vinculada, também, a seu preço de venda e que ocorre de maneira inversa a seu oferecimento: quanto maior o preço, maior será o oferecimento do produto, porém, menor será sua procura. Daí a importância de um preço (PE) em que a oferta e a demanda sejam comuns (QE) – **preço e quantidade de equilíbrio.**

Encontrando PE e QE da situação acima (por meio de cálculos):

Dadas as funções D = 40 – 2P e S = –15 + 3P, com P ≤ R$ 20,00, encontrar preço de equilíbrio (PE) e quantidade de equilíbrio (QE):

$$D = S$$

$$40 - 2P = -15 + 3P$$

$$40 + 15 = 3P + 2P$$

$$55 = 5P$$

$$55 : 5 = P$$

$$11 = P$$

P = R$ 11,00 (PE).

Escolher uma das funções para encontrar QE, por exemplo, D = 40 – 2P:

D = 40 – 2.(11) = 40 – 22 = 18 unidades (QE).

Como D = S, podemos escolher **qualquer uma das funções** para encontrar QE (dará o mesmo resultado).

4. Resolvendo problemas

1) Considere a função demanda D = 12 – 3P. O preço do produto poderá variar da seguinte maneira:

Ao admitirmos D > 0, ocorre:

$$12 - 3P > 0$$

$$12 > 3P$$

$$\frac{12}{3} > P$$

4 > P ou P < R$ 4,00.

Portanto, o preço do produto, nessa situação, varia entre 0 e R$ 4,00.

0 < P < R$ 4,00.

A demanda de mercado de um produto é dada por D = 4.000 – 30P. O valor da demanda correspondente ao preço P = R$ 35,00 é:

$$D = 4.000 - 30P$$
$$D = 4.000 - 30.(35)$$
$$D = 4.000 - 1.050$$
$$D = 2.950 \text{ unidades.}$$

Portanto, ao preço de R$ 35,00, existirá procura (demanda) de 2.950 unidades.

3) A demanda de mercado de um produto é dada por D = 5.000 – 30P. A que preço a demanda será de 2.000 unidades?

$$D = 2.000$$
$$5.000 - 30P = 2.000$$
$$5.000 = 2.000 + 30P$$
$$5.000 - 2.000 = 30P$$
$$3.000 = 30P$$
$$\frac{3.000}{30} = P$$
$$R\$\ 100{,}00 = P.$$

Portanto, a procura de 2.000 unidades do produto corresponde ao preço de R$ 100,00/unidade.

4) A demanda de mercado de um produto é dada por D = 4.300 – 1 6P. A que preços a demanda ficará entre 500 e 800 unidades?

$$D > 500$$
$$4.300 - 16P > 500$$
$$-16P > 500 - 4.300$$
$$\frac{-16P}{-16} > \frac{-3.800}{-16}$$
$$P < R\$\ 237{,}50.$$

$$D < 800$$
$$4.300 - 16P < 800$$
$$-16P < 800 - 4.300$$
$$\frac{-16P}{-16} < \frac{-3.500}{-16}$$
$$P > R\$\ 218{,}75.$$

Os preços variam entre R$ 2 18,75 e R$ 237,50, conforme ocorre a variação da demanda entre 500 e 800 unidades, ou seja, nesse caso, R$ 2 18,75 < P < R$ 237,50.

Considere a função oferta S = – 12 + 3P, com P < R$ 20,00. A partir de que preço haverá oferecimento do produto?

$$S > 0$$
$$-12 + 3P > 0$$
$$3P > 12$$
$$P > \frac{12}{3}$$
$$P > R\$\ 4{,}00.$$

Haverá oferta do produto para preços maiores que R$ 4,00.

5)Considere a função oferta S = – 10 + 0,5P, com P < R$ 60,00. Para quais valores de P (preço) não haverá oferecimento do produto?

Sabe-se que haverá oferta do produto quando S > 0.

$$-10 + 0{,}5P > 0$$
$$0{,}5P > 10$$
$$P > \frac{10}{0{,}5}$$
$$P > R\$\ 20{,}00.$$

Haverá oferta do produto para preços maiores que R$ 20,00 e não haverá oferta do produto para preços compreendidos entre 0 e R$ 20,00 (inclusive R$ 20,00, pois, para P = 20, S = 0).

Portanto, pode-se dizer que não haverá oferta do produto para a seguinte variação de preço: 0 < P < R$ 20,00.

7)Considere a função oferta S = – 12 + 3P, com P < R$ 20,00. Quando P = R$ 20,00, pode-se afirmar que serão oferecidas para venda:

$$S = -12 + 3.(20)$$
$$S = -12 + 60$$
$$S = 48 \text{ unidades.}$$

Ao preço de R$ 20,00/unidade, a quantidade oferecida para venda é de 48 unidades.

8)Considere a função oferta S = – 12 + 3P, com P < R$ 20,00. A que preço a oferta será de 30 unidades do produto?

$$S = 30$$
$$-12 + 3P = 30$$
$$3P = 30 + 12$$
$$3P = 42$$
$$P = \frac{42}{3}$$
$$P = R\$\ 14{,}00.$$

O oferecimento de 30 unidades do produto corresponde ao preço de R$ 14,00.

9)Considere a função oferta S = – 12 + 3P, com P < R$ 20,00. Quais os preços em que a oferta do produto existirá e será menor do que 12 unidades?

$$S > 0$$
$$-12 + 3P > 0$$
$$3P > 12$$
$$P > \frac{12}{3}$$

P > R$ 4,00 (o oferecimento do produto existirá para preços maiores que R$ 4,00).

$$S < 12$$
$$-12 + 3P < 12$$
$$3P < 12 + 12$$
$$3P < 24$$
$$P < \frac{24}{3}$$
$$P < R\$\ 8{,}00.$$

Portanto, para preços que variam entre R$ 4,00 e R$ 8,00, o oferecimento do produto existirá e será menor que 12 unidades. Ou seja, nesse caso, R$ 4,00 < P < R$ 8,00.

10) Determinar o preço de equilíbrio (PE) e a quantidade de equilíbrio (QE) no seguinte caso: D = 20 – P e S = –10 + 2P, com P ≤ R$ 20,00.

$$D = S$$
$$20 - P = -10 + 2P$$
$$20 - P + 10 = 2P$$
$$30 = 2P + P$$
$$30 = 3P$$
$$\frac{30}{3} = P$$
$$R\$\ 10{,}00 = P.$$

Preço de equilíbrio PE = R$ 10,00.

Escolhe-se uma das funções e substitui-se o valor encontrado (PE) na variável P:

D = 20 – P

D = 20 – 10 = 10 unidades.

Quantidade de equilíbrio (QE) = 10 unidades.

Portanto, ao preço de R$ 10,00/unidade do produto, tem-se quantidades iguais de procura e oferecimento do mesmo.

1. Receita total

Conforme Silva (1999), seja U uma utilidade (bem ou serviço) cujo preço de venda por unidade seja um preço fixo P_0, para quantidades entre q_1 e q_2 unidades. A função dada por $RT = P_0 \cdot q$, com $q_1 \leq q \leq q_2$, é denominada função receita total ou simplesmente receita total (valor total recebido por uma quantidade de produtos vendidos).

Exemplo:

RT = 3.q, onde $0 \leq q \leq 6$.

Para representar graficamente essa situação, podemos construir a seguinte "tabela":

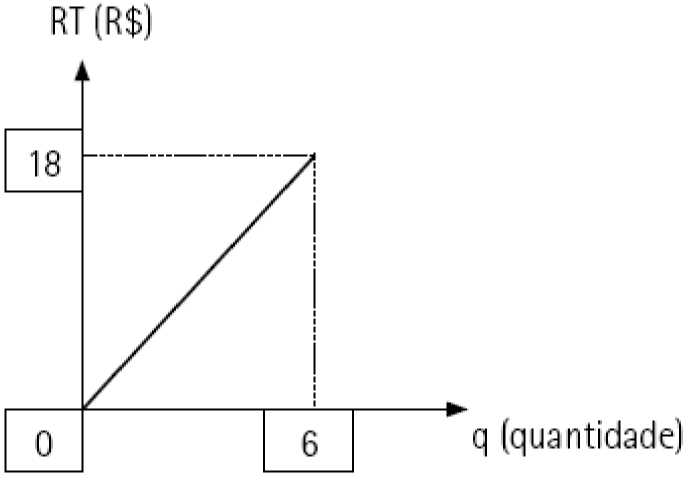
q	RT
0	
6	

Atenção: respeita-se a restrição em "q" colocada pelo "problema".

Para q = 0, RT = 3.(0) = 0.

Para q = 6, RT = 3.(6) = R$ 18,00.

q	RT
0	**0**
6	**18**



A receita total é o valor recebido pela venda de “q” produtos. No exemplo acima, observa-se que a receita total limita-se ao valor de R$ 18,00 quando a quantidade vendida é de 6 unidades, pois o valor unitário do produto é **fixo** e é de R$ 3,00.

Obs.: quando o preço de uma utilidade **não é fixo,** a receita total pode variar, pois se o preço muda, a procura pelo produto (demanda = quantidade “q”) também se altera, mudando assim a receita total.

RT = P.D.

Veja o exemplo:

Dada a demanda de mercado D = 20 – 2P, completar o quadro abaixo:

P	D	RT = P.D
1	20 – 2.(1) = 18 unidades	RT = 1.18 = R$ 18,00
3	20 – 2.(3) = 14 unidades	RT = 3.14 = R$ 42,00
5	20 – 2.(5) = 10 unidades	RT = 5.10 = R$ 50,00
7	20 – 2.(7) = 6 unidades	RT = 7.6 = R$ 42,00
9	20 – 2.(9) = 2 unidades	RT = 9.2 = R$ 18,00

Veja os preços, as demandas e as receitas correspondentes. O que podemos afirmar sobre o quadro acima?

Conforme o preço (P) aumenta, a procura (D) pelo produto diminui. No entanto, a receita total (RT) varia de acordo com o preço do produto e a quantidade de procura (D) pelo mesmo.

Observe:

– se o preço (P) for muito baixo, existirá grande procura (D) pelo produto, mas não necessariamente teremos uma receita total (RT) máxima;

– se o preço (P) for muito alto, existirá pouca procura (D) pelo produto, e também não necessariamente teremos uma receita total (RT) máxima;

– existirá um preço (P) adequado que corresponderá a uma procura (D) que, por sua vez, proporcionará uma receita total (RT) máxima. Veja abaixo.

Considerando D = 48 – 2P, vamos estabelecer a expressão da receita total RT = P.D somente em função da variável D:

1)“Isolando” P em função de D:

$$D = 48 - 2P$$
$$D + 2P = 48$$
$$2P = 48 - D$$
$$P = \frac{48 - D}{2} = \frac{48}{2} - \frac{D}{2}$$

$$\boxed{P = 24 - 0{,}5D.}$$

2) “Substituindo” em RT = P.D: RT = (24 – 0,5D).D

$$RT = (24 - 0{,}5D).D$$

$$\boxed{RT = 24D - 0{,}5D^2.}$$

Qual deverá ser o valor de D (quantidade de procura) que tornará a receita total (RT) máxima?

Vamos calcular:

$$\boxed{RT = 24D - 0{,}5D^2.}$$

1) Considerar RT = 0:

$$24D - 0{,}5D^2 = 0$$

$$\boxed{24D - 0{,}5D^2 = 0 \ (a = -\,0{,}5 \ b = 24 \ c = 0).}$$

$$\mathbf{\Delta = b^2 - 4.a.c}$$
$$\Delta = (24)^2 - 4.(-\,0{,}5).(0) = 576 + 0 = 576$$

$$D = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$D = \frac{-24 \pm \sqrt{576}}{2.(-0{,}5)} = \frac{-24 \pm 24}{-1}$$

$$\mathbf{D' = 0} \qquad D'' = \mathbf{48.}$$

2) Receita total (RT) máxima em função da procura (D) por determinado produto:

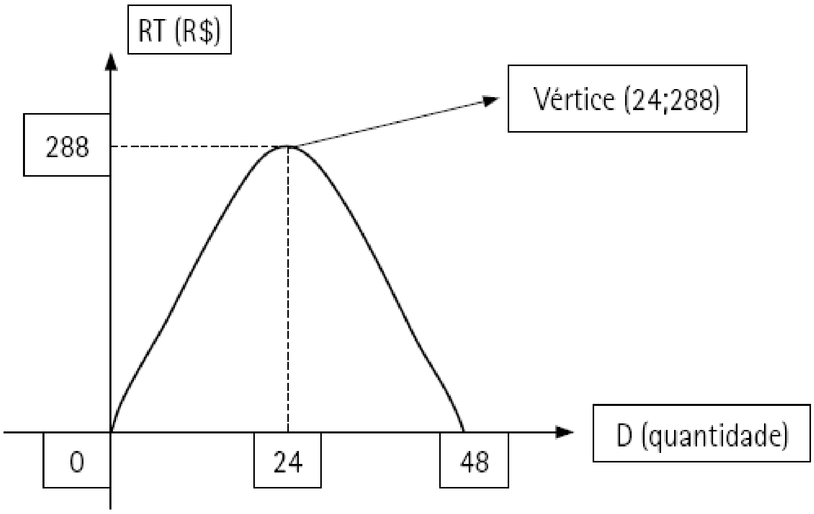
$$D = \frac{-b}{2.a} = \frac{-(24)}{2.(-0,5)} = 24 \text{ unidades}$$

$$RT = \frac{-\Delta}{4.a} = \frac{-(576)}{4.(-0,5)} = \frac{-576}{-2} = R\$\ 288{,}00.$$

3) Preço correspondente à demanda de 24 unidades do produto:

$$P = 24 - 0{,}5D$$
$$P = 24 - 0{,}5.(24)$$
$$P = 24 - 12 = R\$\ 12{,}00.$$

Portanto, existirá, ao preço (P) de R$ 12,00, uma demanda (D) de 24 unidades do produto para que a receita total (RT), nesse caso, seja a maior possível. Veja o gráfico:



Observando os cálculos e o gráfico acima, podemos dizer que, nesse caso, ao preço (P) de R$ 12,00, temos uma demanda (D) de R$ 24,00, que proporciona uma receita total (RT) máxima de R$ 288,00.

2. Custo total

A função custo total está associada à produção de uma utilidade (valor “gasto” por uma quantidade de bens produzidos).

CT = CF + CV, onde CT é o custo total, CF é o custo fixo e CV é o custo variável.

Exemplo conforme Silva (1999):

O custo variável médio (custo unitário) de produção de certo bem é de R$ 12,00, e o custo fixo associado à produção é de R$ 60,00 para quantidades variáveis na faixa de 0 a 100 unidades.

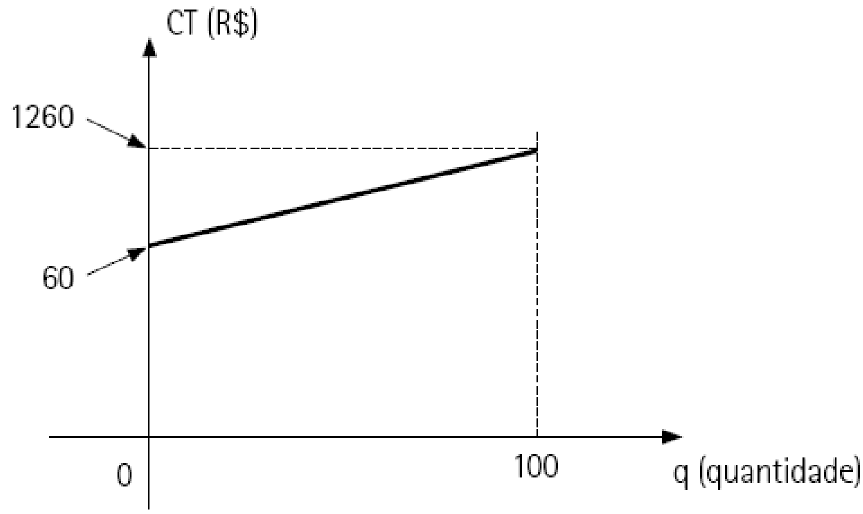
Se o preço de venda, na mesma faixa, é de R$ 20,00/unidade, identificar:

a)A função custo total (CT): CT = CF + CV

CT = 60 + 12.q

b)A representação gráfica:

q	CT = 60 + 12.q
0	60
100	1260



c) A função receita total (RT): RT = 20.q

d)O custo total (CT) associado a uma produção de 75 unidades desse bem:

CT = 60 + 12.q

CT = 60 + 12. (75) = 60 + 900 = R$ 960,00.

3. Ponto de nivelamento e lucro total

Ponto de nivelamento

A quantidade (produzida e vendida) de determinada utilidade, que corresponde, ao mesmo tempo, à receita total e ao custo total, chamamos de ponto de nivelamento.

RT = CT

Exemplo conforme Silva (1999):

São dadas as funções RT = 0,4.q e CT = 3 + 0,1.q para $0 \le q \le 20$ unidades de um determinado produto.

O ponto de nivelamento é:

$$
\begin{aligned}
&RT = CT \\
&0{,}4.q = 3 + 0{,}1.q \\
&0{,}4.q - 0{,}1.q = 3 \\
&0{,}3.q = 3 \\
&q_e = \frac{3}{0{,}3} = 10 \text{ unidades.}
\end{aligned}
$$

Para uma quantidade q_e = 10 unidades (produzida e vendida) de determinada utilidade, temos RT (valor total recebido pela venda) igual ao CT (valor total “gasto” pela produção), portanto, não temos lucro nem prejuízo.

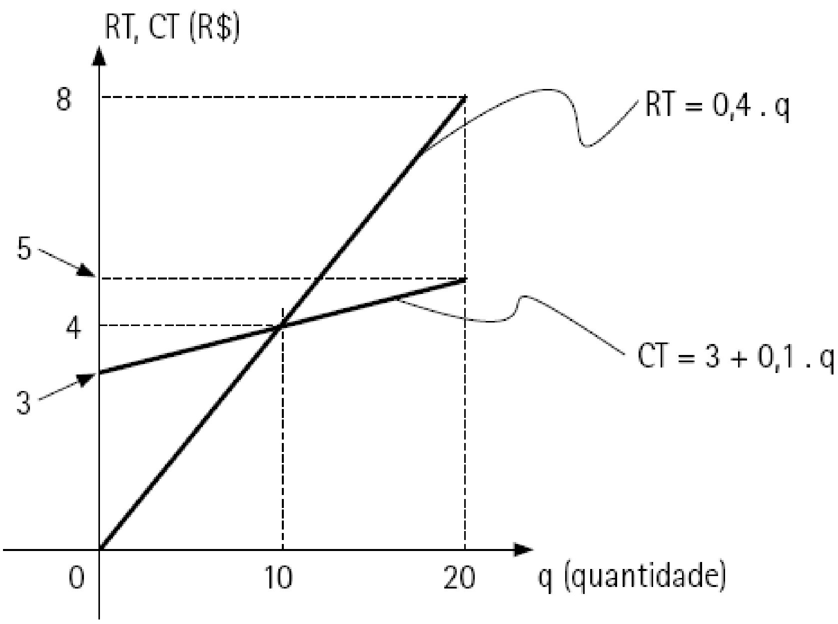
Construindo o gráfico para tal situação:

1) Tabela de valores:

q	RT = 0,4.q
0	0
20	8

q	CT = 3 + 0,1.q
0	3
20	5

2) Representação gráfica:



Observe no gráfico acima que, nesse caso, para uma quantidade (produzida e vendida) de 10 unidades (q_e) dessa utilidade, temos RT = CT = R$ 4,00.

$$RT = 0{,}4.q = 0{,}4.(10) = R\$\ 4{,}00$$
$$CT = 3 + 0{,}1.q = 3 + 0{,}1.(10) = 3 + 1 = R\$\ 4{,}00.$$

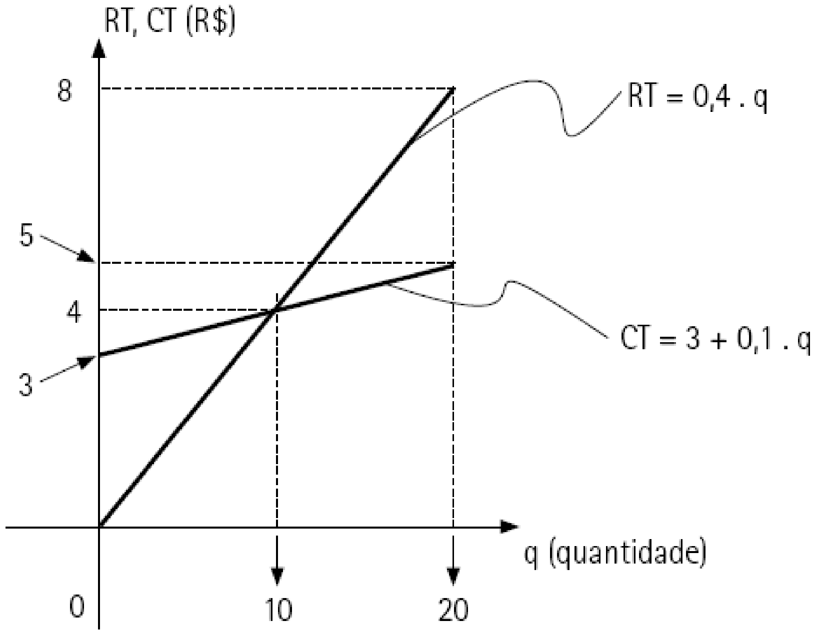
Lucro total

Sejam CT o custo total associado à produção de uma utilidade e RT a receita total referente à venda dessa utilidade.

A função lucro total (LT) associada à produção e à venda da utilidade é dada por:

$$LT = RT - CT$$

Vamos analisar o gráfico do **exemplo anterior** com mais atenção:



– anteriormente observamos que o ponto de nivelamento, nesse caso, é $q_e = 10$ unidades (RT = CT). Não existe lucro nem prejuízo para tal quantidade produzida e vendida;

– para uma quantidade (produzida e vendida) entre 0 e 10 unidades ($0 \leq q < 10$), o **gráfico** do custo está **acima** do **gráfico** da receita. Isso significa que, nessa faixa, o custo total é **maior** que a receita total (CT > RT), ou seja, o "gasto" excede o "valor recebido". Nessa faixa de bens produzidos e vendidos existirá **prejuízo;**

– para uma quantidade (produzida e vendida) entre 10 e 20 unidades de determinado bem ($10 < q \leq 20$), o **gráfico** do custo está **abaixo** do **gráfico** da receita. Isso significa que, nessa faixa, o custo total é **menor** que a receita total (CT < RT), ou seja, o "valor recebido" excede o "gasto". Nessa faixa de bens produzidos e vendidos existirá **lucro.**

Tudo isso que foi analisado acima pode ser representado algebricamente e graficamente por meio da **função lucro** (LT = RT – CT). Veja:

Sabendo que as funções dadas no **exemplo** foram:

$RT = 0,4.q$ e $CT = 3 + 0,1.q$ para $0 \leq q \leq 20$,

obtém-se:

$$LT = 0,4.q - (3 + 0,1.q)$$

$$LT = 0,4.q - 3 - 0,1.q$$

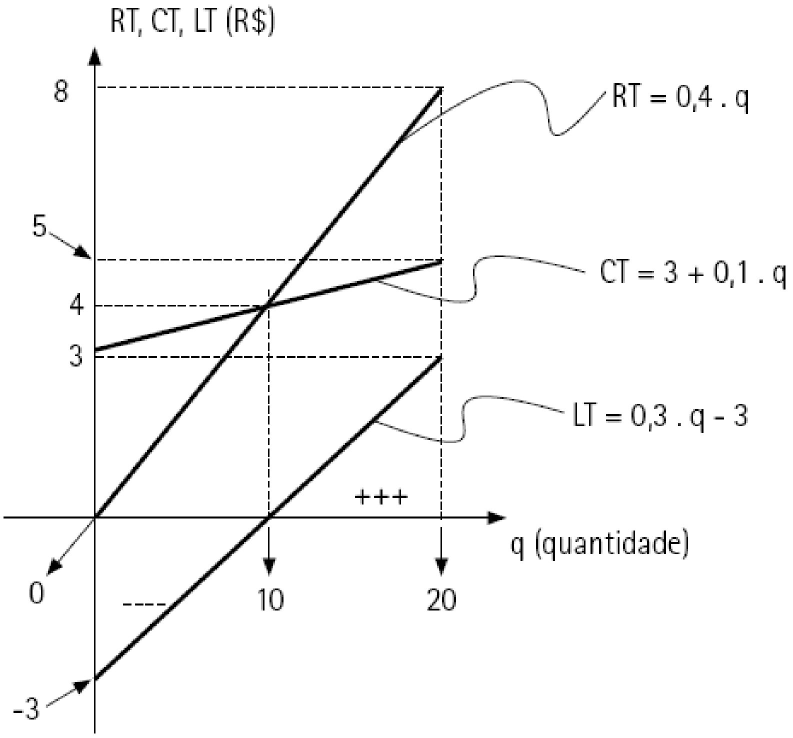
$$LT = 0,3.q - 3 \ (\text{para: } 0 \leq q \leq 20).$$

Inserindo a representação gráfica da função lucro:

1)Tabela de valores

q	LT = 0,3.q – 3
0	– 3
20	3

2) **Representação gráfica**



4. Resolvendo problemas

1) Considere a função RT = 13,5.q, onde o preço é fixo (R$ 13,50) e “q” é a quantidade de produtos vendidos (0 ≤ q ≤ 256 unidades). Qual é o valor recebido pela metade dos produtos vendidos?

Nesse caso, a metade dos produtos vendidos é de 128 unidades, visto que a quantidade varia entre 0 e 256 unidades.

$$RT = 13{,}5.(128) = R\$\ 1.728{,}00.$$

Portanto, o valor recebido pela metade dos produtos vendidos é de R$ 1.728,00.

2) Considere a função RT = 20,5.q, onde o preço é fixo (R$ 20,50) e “q” é a quantidade de produtos vendidos (0 ≤ q ≤ 120 unidades). Qual é a quantidade de produtos vendidos quando a receita total atinge o valor de R$ 1.025,00?

Sabendo que RT = 1 .025,00, pode-se afirmar que:

$$RT = 1.025$$
$$20{,}5.q = 1.025$$
$$q = \frac{1.025}{20{,}5}$$
$$q = 50 \text{ unidades vendidas.}$$

Portanto, a receita total atinge o valor de R$ 1.025,00 quando são vendidas cinquenta unidades do produto.

3) Sabendo que a função custo total **<u>CT = 1200 + 8.q</u>** está associada à produção de um determinado bem, determine o custo total referente à produção de 230 unidades.

Produção de 230 unidades (q = 230):

$$CT = 1.200 + 8.(230)$$
$$CT = 1.200 + 1.840$$
$$CT = R\$\ 3.040{,}00.$$

Portanto, o custo total referente à produção de 230 unidades do referido bem será de R$ 3.040,00.

4) Sabe-se que a função custo total **<u>CT = 2000 + 25.q</u>** está associada à produção de um determinado bem. Qual será a produção necessária para se ter um custo total de R$ 5.000,00?

Custo total de R$ 5.000,00 (CT = R$ 5.000,00):

$$CT = 5.000$$
$$2.000 + 25.q = 5.000$$
$$25.q = 5.000 - 2.000$$
$$25.q = 3.000$$
$$q = \frac{3.000}{25}$$
$$q = 120 \text{ unidades produzidas.}$$

Portanto, a produção necessária para se ter um custo total de R$ 5.000,00 é de 120 unidades do determinado bem.

5) Marcos fabrica determinado produto com um custo fixo de R$ 3,00 e um custo variável de R$ 0,60. Sabendo-se que esse produto é vendido a R$ 0,80 a unidade, Marcos precisa vender, pelo menos, “q” unidades do produto para não ter prejuízo. Qual é o valor de “q”?

Por meio das informações do problema, vamos construir as funções CT e RT:

CT = 3 + 0,60.q (valor “gasto” pela produção de “q” unidades de determinada utilidade).

RT = 0,80.q (valor "recebido" pela venda de "q" unidades de determinada utilidade).

Para não ter prejuízo, pode-se afirmar que: LT ≥ 0.

Nesse caso, a função lucro total é: LT = RT – CT

$$LT = RT - CT$$
$$LT = 0{,}80.q - (3 + 0{,}60.q)$$
$$LT = 0{,}80.q - 3 - 0{,}60.q$$
$$LT = 0{,}20.q - 3.$$

Considerando $LT \geq 0$, *temos:*

$$LT \geq 0$$
$$0{,}20.q - 3 \geq 0$$
$$0{,}20.q \geq 3$$
$$q \geq \frac{3}{0{,}20}$$

$q \geq 15$ *unidades.*

Para LT ≥ 0, temos q ≥ 15 unidades.

Portanto, para não ter prejuízo, Marcos precisa vender pelo menos 15 unidades do produto. O valor de "q" é de 15 unidades.

6) Considere as funções RT = 3,5.q e CT = 10 + 1,5.q, para 0 ≤ q ≤ 10 unidades de determinada utilidade. O ponto de nivelamento é:

$$RT = CT$$
$$3{,}5.q = 10 + 1{,}5.q$$
$$3{,}5.q - 1{,}5.q = 10$$
$$2.q = 10$$
$$q = \frac{10}{2}$$

$q = 5$ *unidades (ponto de nivelamento).*

Portanto, para cinco unidades (q_e) de produtos produzidos e vendidos, não teremos lucro nem prejuízo (LT = 0).

7) Considere as funções RT = 3.q e CT = 6 + q, para 0 ≤ q ≤ 10 unidades de determinada utilidade. A função lucro total é:

A função lucro total é construída da seguinte maneira:

$$LT = RT - CT$$
$$LT = 3.q - (6 + q)$$
$$LT = 3.q - 6 - q$$
$$LT = 2.q - 6.$$

Portanto, nesse caso, a função lucro total pode ser escrita como LT = 2.q – 6.

8) Considere a função lucro total LT = 8.q – 3.600, para 0 ≤ q ≤ 1.500 unidades de um determinado bem. Qual é o lucro total referente à produção de 600 unidades dessa utilidade?

$$LT = 8.q - 3.600$$
$$LT = 8.(600) - 3.600$$
$$LT = 4.800 - 3.600$$
$$LT = R\$\ 1.200{,}00.$$

Portanto, o lucro total referente à produção de 600 unidades dessa utilidade é de R$ 1 .200,00.

9) 9) Considere a função lucro total LT = 7.q – 3.500, para 0 ≤ q ≤ 2.000 unidades de determinado bem. Qual será a produção necessária para que ocorra RT = CT?

Observe que a RT = CT corresponde a LT = 0.

Portanto:

$$LT = 0$$
$$7.q - 3.500 = 0$$
$$7.q = 3500$$
$$q = \frac{3.500}{7}$$
$$q = 500 \text{ unidades produzidas.}$$

Será necessária uma produção de 500 unidades desse bem para que ocorra RT = CT, ou seja, para que não ocorra lucro nem prejuízo.

5. Referências bibliográficas

MUROLO, A. C.; BONETTO, G. A. Matemática aplicada à administra ção, economia e contabilidade. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

SILVA, Sebastião M. da; SILVA, Elio M. da; SILVA, Ermes M. da. Matemática para os cursos de economia, administração, ciências contábeis. Vol 1. São Paulo: Atlas, 1999.

. Matemática básica para cursos superiores. São Paulo: Atlas, 2002.

VERAS, L. L. Matemática aplicada à economia: sínteses da teoria: mais de 300 exercícios resolvidos e propostos com respostas. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1999.