

Matemática Financeira

Módulo 17 – SÉRIES DE CAPITAIS

Ao final deste módulo o aluno será capaz de identificar uma série de capitais destacando suas características, e calcular seus parâmetros pelas fórmulas de definição ou das funções apropriadas de uma calculadora financeira.

Este módulo se reveste de capital importância, pois desenvolve o estudo dos principais critérios de financiamento e de remuneração na aplicação de um conjunto de valores financeiros.

Conceito

Qualquer seqüência de capitais reunidos sob uma determinada característica pode ser considerada uma série, também denominada anuidade. Esses capitais podem ser valores que saem ou entram em um fluxo de caixa, caracterizando uma Série de Pagamentos, que tem como objetivo a quitação de uma dívida ou uma série de aplicações, denominada Série de Rendimentos, que tem como objetivo a capitalização de um valor futuro.

Uma série de pagamentos tem como principal característica seu valor atual na data zero, também denominado valor à vista, que é igual à soma de todos os valores (termos) da série na data zero, valor esse que depende do número e do valor dos pagamentos, bem como da taxa de juros utilizada no financiamento.

Já a série de rendimentos tem como parâmetro importante o montante, ou valor futuro, que é a soma de todas as aplicações na data do último depósito. Esse valor dependerá do número e do valor dos depósitos, bem como da taxa utilizada para corrigi-los.

De acordo com suas características, as séries podem ser classificadas em dois grandes grupos, as certas ou determinísticas e as probabilísticas ou aleatórias. Uma série é denominada certa quando as datas e os valores dos seus termos são conhecidos. Como exemplo, temos os financiamentos com taxas predeterminadas: mensalidades escolares, aluguel, prêmio de seguro, poupança programada. A série aleatória não tem datas nem valores determinados. Como exemplo, podemos citar os fluxos de caixa das seguradoras. Nenhuma companhia de seguros sabe quando vai indenizar um sinistro, e a quanto monta essa saída de caixa. Esses cálculos são feitos por meio da estatística, com modelos probabilísticos complexos, por uma área da matemática denominada atuária.

Devido à complexidade dos cálculos matemáticos exigidos, não estudaremos as séries probabilísticas.

Características

O estudo completo das séries envolveria um prazo muito longo, e não é esse o objetivo do nosso curso. Para atendermos aos nossos objetivos, escolheremos um modelo de série mais restrito, elegendo algumas de suas características.

Essas características são:

- série periódica: seus termos ocorrem a períodos iguais.
- temporária: a série tem uma duração determinada.
- constante: todos os termos da série têm o mesmo valor.
- imediate: o primeiro termo da série está no primeiro período do prazo.
- postecipada: cada termo localiza-se no final do período de vencimento.

Valor Presente ou à Vista (A)

Teoricamente, o valor à vista da série de pagamentos poderia ser calculado por meio da sua definição, termo a termo. Na prática, isso seria complicado, pois podemos ter séries com um grande número de termos. Para evitar esse transtorno, estabeleceremos uma fórmula que fará isso por nós.

Adotando R para representar as prestações, n para o número de prestações e i para a taxa de juros, e aplicando a definição de valor atual na data zero, teremos:

$$A = R/(1+i) + R/(1+i)^2 + R/(1+i)^3 + \dots + R/(1+i)^n$$

Fatorando e agrupando os termos da expressão acima, teremos:

$$A = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$$

Aplicação

a) Calcule o valor à vista do financiamento que quita um bem em treze pagamentos mensais iguais a R\$250,00 sem entrada, sabendo que a operação foi calculada a juros compostos de 3% ao mês.

Solução por aplicação direta da fórmula:

$$A = 250 \cdot \frac{(1 + 3 / 100)^{13} - 1}{\frac{3}{100} \cdot (1 + 3 / 100)^{13}} = \text{R\$ 2.658,74}$$

R.: O valor à vista será de R\$2.658,74.

b) Qual será o valor da prestação mensal do financiamento que quita uma dívida de valor à vista R\$5.000,00, a juros compostos de 5% ao mês, em quinze pagamentos mensais iguais, sem entrada?

$$5.000 = R \cdot \frac{(1 + 5 / 100)^{15} - 1}{\frac{5}{100} \cdot (1 + 5 / 100)^{15}} \rightarrow R = 5.000 / \frac{(1 + 5 / 100)^{15} - 1}{\frac{5}{100} \cdot (1 + 5 / 100)^{15}}$$

$$R = \text{R\$481,71}$$

R.: O valor da prestação será R\$481,71.

Exercícios Propostos:

01-Calcular o valor atual (à vista) de uma anuidade periódica de R\$1.000,00, nas hipóteses abaixo:

- a) 2%am em 24 meses (R\$18.913,93)
- b) 3%am em 12meses (R\$9.954,00)

02-Um terreno é vendido por R\$10.000,00 de entrada mais 36 prestações mensais iguais de R\$500,00. Sabendose que a taxa de juros do financiamento foi de 2,5%am, qual foi o valor à vista do imóvel? (R\$21.778,13)

03-Em uma seção de classificados anuncia-se uma casa por R\$250.000,00 à vista ou em quatro prestações trimestrais de R\$77.600,00. Qual é a melhor opção de compra, uma vez que a taxa de juros corrente é de 10%at? (Melhor financiar, pois o valor à vista do financiamento é menor que o real)

04-Calcular o valor da prestação referente a uma mercadoria cujo preço à vista é de R\$10.000,00, caso ocorram as seguintes hipóteses sobre as taxas e respectivos prazos:

- a) 2,5%am em 12 meses (R\$974,87)
- b) 2,5%am em 24 meses (R\$559,13)

05-Um sítio é posto à venda por R\$300.000,00 à vista, ou a prazo, nas seguintes condições: 10% de entrada e o restante em cinquenta pagamentos mensais iguais, com juros de 3%am. Qual é o valor das prestações? (R\$10.493,68)

06-O gerente financeiro de uma cadeia de lojas que vende a prazo deseja estabelecer fatores que serão aplicados ao preço à vista, para o cálculo da prestação mensal. A taxa de juros da empresa é de 2%am; calcule esses fatores, por unidade de capital, nos prazos abaixo:

- a)6 meses (0,1785258)
- b)12 meses (0,0945596)

07-Um barco é vendido por R\$150.000,00 à vista ou por R\$30.000,00 de entrada mais oito prestações quadrimestrais iguais de R\$26.742,01. Que taxa quadrimestral está sendo considerada? (15%)

08-Certa agência de viagens diz financiar a juros de 1,2%am. Sua sistemática de financiamento de R\$10.000,00, em doze meses, é a seguinte:

$$\begin{aligned} 1,2\% \times 12 \text{ meses} &= 14,4\%aa \\ 10.000 \times 1,144 &= \text{R}\$11.440,00 \\ \text{R}\$11.440,00 \div 12 &= \text{R}\$953,33. \end{aligned}$$

Portanto, o cliente irá pagar 12 prestações de R\$953,33. A taxa de juros é realmente de 1,2%am? Sugestão: calcular o valor da prestação e comparar com o fornecido pelo enunciado.

Justifique a resposta! (não – cálculos)